

# Predicciones del WTI para el año 2011: Combinaciones de los pronósticos de un modelo autoregresivo de redes neuronales artificiales y de un modelo ARIMA-GARCH

R. Gonzales Martínez, B. Luna Acevedo

El pronóstico de los precios de petróleo adquiere relevancia en economías dependientes de los hidrocarburos, como Bolivia. Este documento pronostica el valor del World Texas Intermediate (WTI) mediante (i) un modelo autoregresivo integrado de medias móviles, en el que la varianza sigue un proceso generalizado de heteroscedasticidad condicional, y (ii) con un modelo autoregresivo de redes neuronales artificiales. Posteriormente se contrasta el englobamiento de los pronósticos y se combina éstos con la metodología Bates-Granger y Granger-Ramanathan. Los resultados muestran que el WTI podría encontrarse, en promedio en el año 2011, ligeramente por encima de los 100 dólares por barril de petróleo.

Clasificación JEL: C32, C45, C53

Palabras claves: Redes neuronales artificiales, englobamiento y combinación de pronósticos, WTI.

## 1. Introducción

El precio internacional del petróleo y el pronóstico de este precio son temas relevantes para los hacedores de política económica en Bolivia<sup>1</sup>, debido a los efectos del precio del petróleo sobre la inflación o las decisiones de presupuesto. El objetivo de esta investigación es explorar métodos de pronóstico del WTI (*World Texas Intermediate*) como medida del precio internacional del petróleo<sup>2</sup>.

Para pronosticar el WTI en el año 2011, se realizó un experimento de pseudo-pronóstico con un modelo ARIMA-GARCH y un modelo de redes neuronales artificiales, reservando observaciones al final de la muestra para comparar las predicciones de estos modelos. Posteriormente, se contrastó el englobamiento de los pseudo-pronósticos –siguiendo a [Chong y Hendry \(1986\)](#)– y se combinó los pronósticos empleando la metodología Bates-Granger y Granger-Ramanathan<sup>3</sup>.

En el *experimento de pseudo-pronóstico* la muestra del WTI se dividió en una submuestra de estimación (1980m01 a 2009m05) de tamaño  $n = 353$  y una submuestra de validación ex-post (2009m06 a 2011m05) de tamaño  $m = 24$ . Se escogieron las especificaciones con el menor valor ex-post de la raíz del error cuadrático medio ( $\check{r}$ ) y del estadígrafo  $U$  de Theil,

$$\check{r} = \sqrt{n^{-1}e'e}$$

$$U = \frac{\sqrt{n^{-1}e'e}}{\sqrt{n^{-1}y'y} + \sqrt{n^{-1}\hat{y}'\hat{y}}}$$

donde  $e = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_m]'$  es un vector de errores de pronóstico ex-post obtenido como la diferencia entre los datos reales del WTI en el periodo ex-ante  $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_m]'$  y los valores pronosticados  $\hat{y} = [\hat{y}_1 \ \hat{y}_2 \ \dots \ \hat{y}_m]'$ .

<sup>1</sup>Bolivia es una economía dependiente del sector de hidrocarburos.

<sup>2</sup>En la figura 1 se observa el precio *spot* mensual del WTI (en dólares estadounidenses por barril, en adelante US\$/B) y las variaciones de este precio desde enero de 1980 a mayo del 2011. Los fenómenos que afectan la demanda del petróleo crudo –como la crisis económica asiática o la reciente crisis económica originada por las hipotecas *sub-prime*– parecen provocar una disminución en el precio del WTI, mientras que los fenómenos de oferta –como los originados por el huracán Katrina, las restricciones en la capacidad productiva de la Organización de los Países Exportadores de Petróleo (OPEP) o la reciente crisis de Libia– se relacionan con aumentos en el precio del WTI. Desde el año 2000, se observa también un incremento en la volatilidad del WTI.

<sup>3</sup>Véase [Bates y Granger \(2001\)](#) y [Granger y Ramanathan \(1984\)](#)

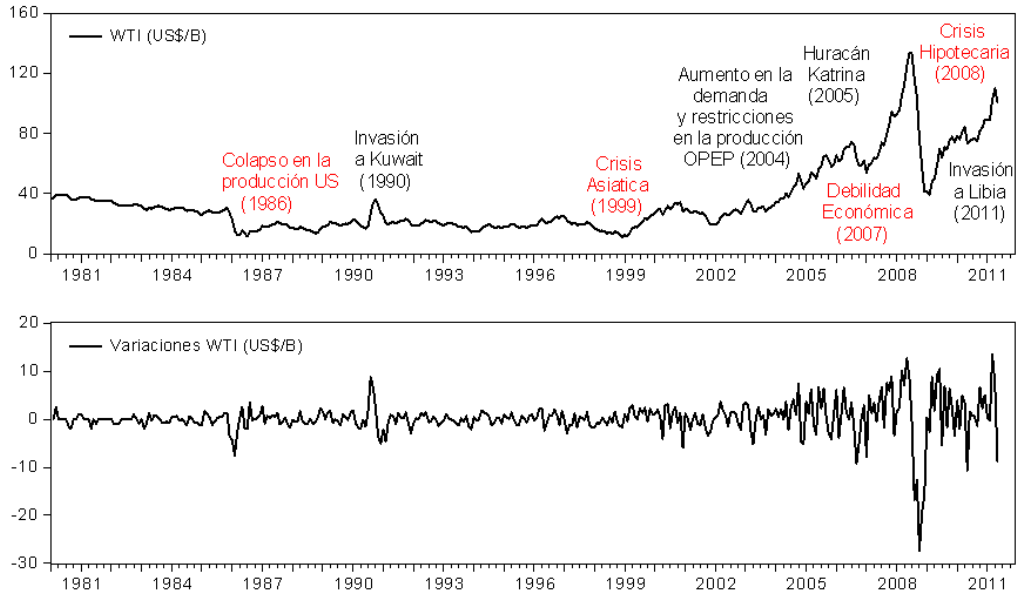


Figura 1: Serie de tiempo del WTI - niveles y variaciones

## 2. Modelo ARIMA-GARCH

Un primer ejercicio de pronóstico se realizó con un modelo autoregresivo integrado de promedios móviles en el que la varianza condicional sigue un proceso generalizado de heteroscedasticidad condicional, ARIMA-GARCH( $p, d, q$ )( $r, s$ ),

$$\Delta \log y_t = \frac{(1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q) \varepsilon_t}{(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p)}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_r L^r \varepsilon_t + \beta_s L^s \sigma_t$$

con  $L^i y_t = y_{t-i}$  el operador de retardos. El orden del modelo se escogió minimizando los criterios de información de Akaike, Schwarz y Hannan-Quin (tabla 1).

El modelo ARIMA-GARCH(3, 1, 3)(2, 3), con menores criterios de información, se utilizó para pronosticar el WTI en el año 2011 (figura 2). Este modelo indica que en el año 2011 el precio promedio del WTI sería de 98,82 US\$/B.

## 3. Modelo ARNN

En los modelos autoregresivos de redes neuronales artificiales ARNN( $h, l$ ),

$$y_t = \varpi_0 + \sum_{i=1}^h \varpi_i \Phi(x_t) + \varepsilon_t$$

con  $x_t = \sum_{j=1}^{\ell} w_{\ell} y_{t-j} + b_i$ , se utilizó una función sigmoïdal tangente hiperbólica,

$$\Phi(x_t) = \frac{2}{1 + \exp^{-2x_t}} - 1$$

como función de activación. Ya que estos modelos pueden tener un ajuste perfecto o casi perfecto en-muestra pero no desempeñarse adecuadamente en los pronósticos fuera-de-muestra, la selección del  $h$ -número de neuronas ocultas y el  $\ell$ -orden de rezagos se realizó entrenando (estimando)  $\ell \times h$  modelos y escogiendo aquel con el menor valor de los criterios  $\tilde{r}$  y  $U$ . En la figura 3 se observa que la especificación con menor  $U$  es un modelo ARNN(24,12). En la figura 4 se observa el ajuste de este modelo a las variaciones del WTI y la figura 5 muestra el análisis gráfico de los residuos de este ajuste. Estos residuos fluctúan alrededor de una media igual a cero, sin un patrón definido, y ningún rezago supera marcadamente las bandas de confianza de las funciones de autocorrelación muestral y autocorrelación muestral parcial de los residuos, sugiriendo que los errores del modelo ARNN aproximan propiedades ruido blanco. Por tanto, el modelo ARNN parece haber ajustado la dinámica de las variaciones del WTI pero no el ruido de la serie (*i.e.* no se habría producido un sobre-ajuste).

El modelo ARNN(24,12) predice un precio promedio del WTI igual a 107.64 US\$/B en el año 2011.

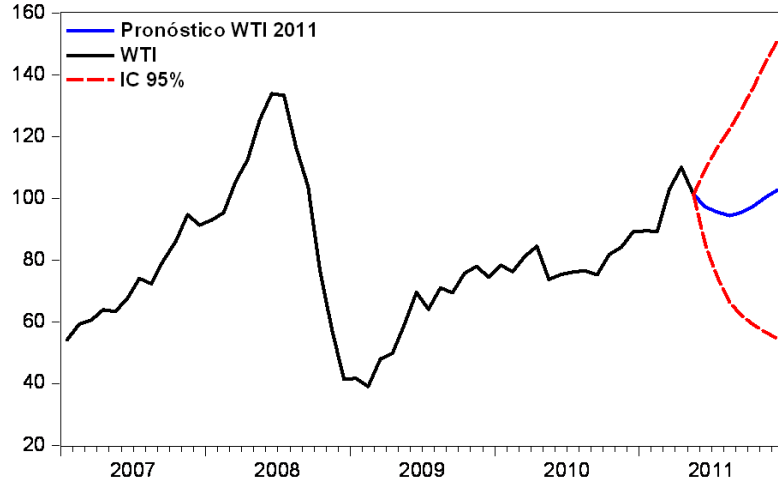


Figura 2: Pronóstico ARIMA-GARCH del WTI

Tabla 1. Selección del orden de retardo ARIMA-GARCH\*

Modelos	AIC	SIC	HQ
ARIMA(1 – 3, 1, 3)	-2.698427	-2.559969	-2.643192
ARIMA-GARCH(5, 1, 3)-(3, 2)	-2.626049	-2.498558	-2.602083
ARIMA-GARCH(3, 1, 3)-(2, 3)	-2.702613	-2.575693	-2.651981

(\*) AIC: Criterio de información de Akaike

SIC: Criterio de Schwarz

HQ: Criterio Hannan-Quin

Tabla 2. Criterios de selección de modelos de pronóstico\*

Modelo	$\tilde{r}$	$U$
ARIMA-GARCH(3, 1, 3)(2, 3)	5.8948	0.0363
ARNN(24, 12)	7.4691	0.6091

(\*) Corresponden al periodo ex-post

$\tilde{r}$  : Raíz del error cuadrático medio

$U$  : Coeficiente de Theil

## 4. Englobamiento y Combinación de Pronósticos

Se considera que la combinación de pronósticos puede ser más precisa que los pronósticos individuales; empero, Clements y Hendry (1998) sugieren que la combinación es en parte contraintuitiva al concepto de englobamiento (*encompassing*), visto como parte de una estrategia de investigación progresiva<sup>4</sup>. En este sentido, el test de englobamiento de Chong y Hendry

(1986) se utilizó para contrastar si existe algún beneficio en la combinación de pronósticos o si por el contrario el pronóstico del modelo ARNN es superior (engloba) al pronóstico ARIMA-GARCH<sup>5</sup>.

Sea  $e_{2t}$  el error de pseudo-pronóstico del modelo  $M_2$  de redes neuronales artificiales, y  $f_{1t}$  el pronóstico del modelo  $M_1$  ARIMA-GARCH. Si  $M_2$  engloba a  $M_1$ ,  $M_2 \mathcal{E} M_1$  se tendrá  $\lambda = 0$  en la regresión,

$$e_{2t} = \lambda f_{1t} + \epsilon_t$$

Véase Clements y otros (2009). En la estimación con mí-

<sup>4</sup>Es decir, debería buscarse refinar un modelo para que englobe los modelos con los que compete, en el sentido de que los pronósticos del modelo refinado sean mejores que los de sus rivales

<sup>5</sup>En este caso no sería coherente realizar una combinación de pronósticos

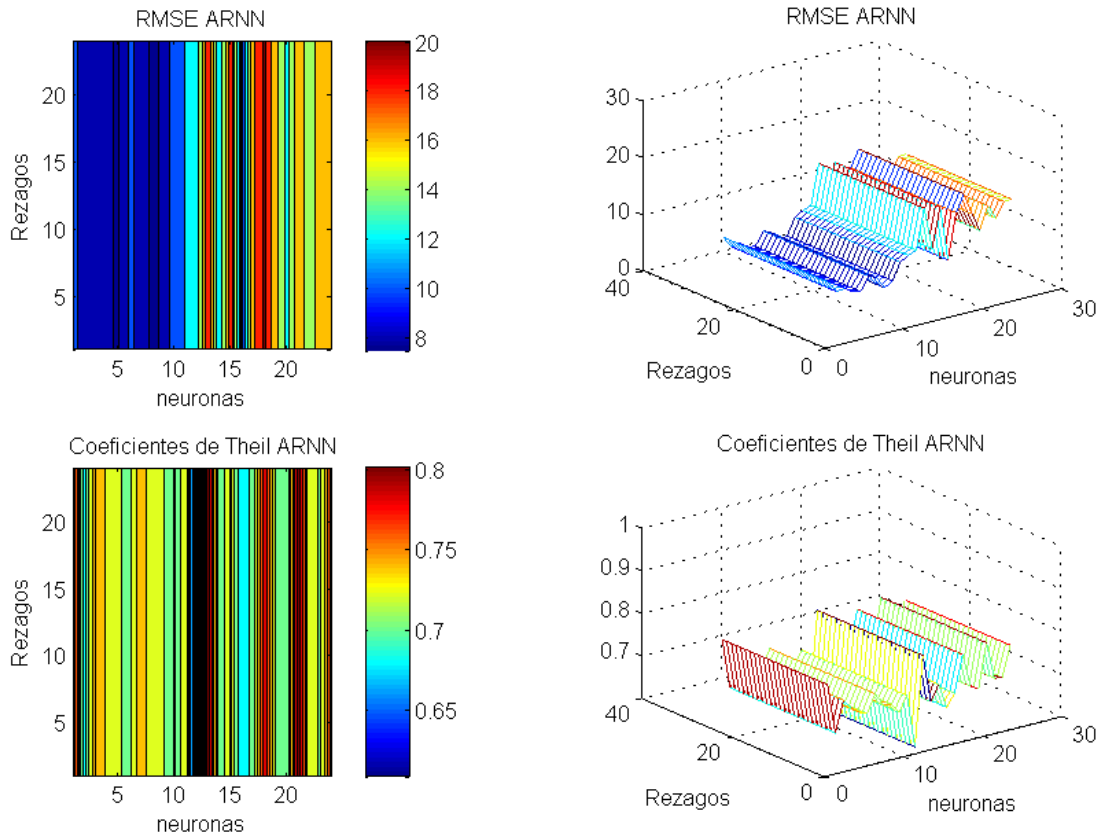


Figura 3: Estadígrafos de selección de modelos ARNN

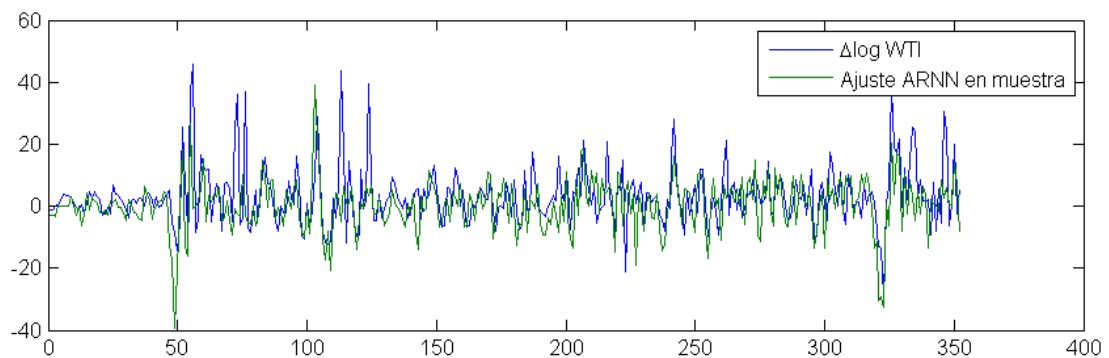


Figura 4: Ajuste modelo ARNN

nimos cuadrados ordinarios, se obtiene un estimador  $\hat{\lambda} = -0.05096$  con un error estándar de 0.02441 y un estadígrafo  $t$  igual a -2.087677, que permite rechazar la hipótesis  $\lambda = 0$  al 5 pero no al 1 por ciento (el p-value

es 0.0481). Este resultado sugiere que la combinación de pronósticos puede ser apropiada y benéfica, ya que no existe evidencia de que los pronósticos del modelo ARNN engloben los del modelo ARMA-GARCH.

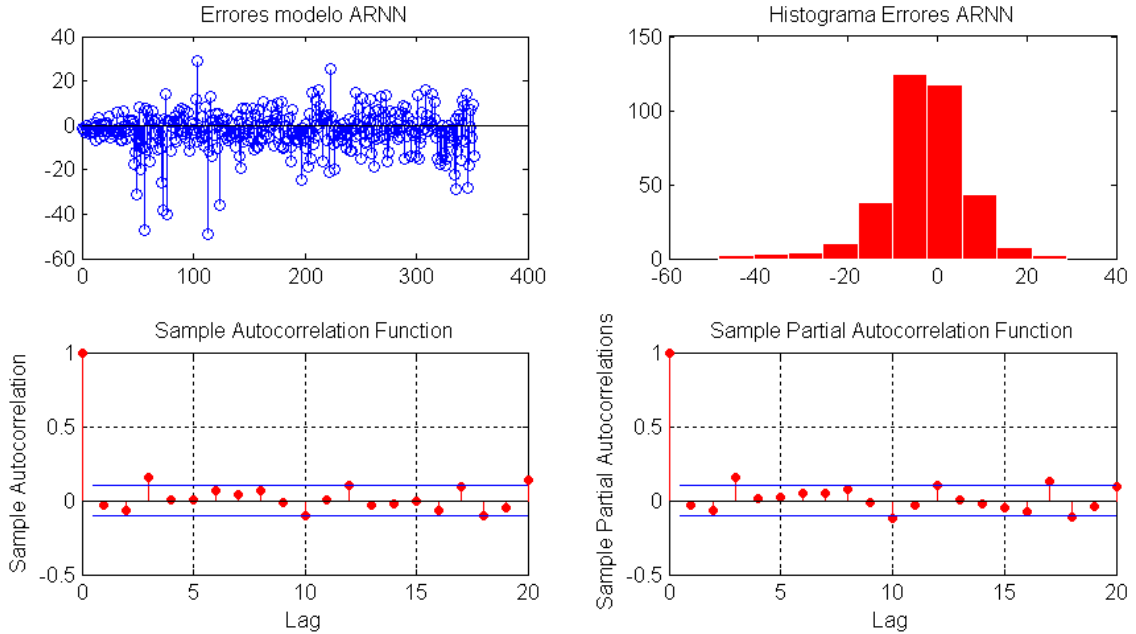


Figura 5: Análisis de residuos modelo ARNN

Tabla 3. Pronósticos WTI: Promedio 2011 (US\$/barril)

Modelo	Promedio 2011*
ARIMA-GARCH	98.82
ARNN	107.64
Combinación Bates-Granger	104.27
Combinación Granger-Ramanathan	101.47

Respecto a la combinación de pronósticos, el método de [Bates y Granger \(2001\)](#) permite obtener un pronóstico combinado óptimo (de mínima varianza) si los pronósticos son insesgados. Sea  $e_1 = y_{t+h} - \hat{y}_{t+h,1}$  y  $e_2 = y_{t+h} - \hat{y}_{t+h,2}$  los errores de pronóstico de los modelos ARIMA-GARCH(3, 1, 3)(2, 3) y ARNN(24, 12), respectivamente, asumiendo que  $e_1 \sim (0, \sigma_1^2)$ ,  $e_2 \sim (0, \sigma_2^2)$ , donde  $\sigma_1^2 = \text{var}(e_1)$ ,  $\sigma_2^2 = \text{var}(e_2)$  y  $\sigma_{12}$  es la covarianza  $e_1$  y  $e_2$ . Si los pesos de combinación se restringen a sumar uno ( $\omega, 1 - \omega$ ), el error pronóstico de la combinación ( $e^c = \omega e_1 + (1 - \omega)e_2$ ) tendrá media cero y varianza,

$$\sigma_c^2 = \omega^2 \sigma_1^2 + (1 - \omega)^2 \sigma_2^2 + 2\omega(1 - \omega)\sigma_{12}$$

y los pesos óptimos serán  $\omega^*$  y  $(1 - \omega^*)$ , siendo  $\omega^*$ ,

$$\omega^* = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}}$$

En este caso se obtiene  $\omega^* = 0.61784$ , por lo que esta combinación asigna un peso ligeramente mayor al pronóstico de redes neuronales.

[Granger y Ramanathan \(1984\)](#) extendieron la idea de la combinación para el caso de pronósticos no inses-

gados. En este enfoque, las ponderaciones de los pronósticos se obtienen estimando una regresión restringida,

$$y_t = \mathcal{W}_1 f_{1t} + \mathcal{W}_2 f_{2t} + \epsilon_t$$

con la restricción  $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2 = 1$ . En este caso  $y_t$  es el WTI,  $f_{1t}$  es el pronóstico del modelo ARNN y  $f_{2t}$  es el pronóstico del modelo ARIMA-GARCH. En este caso se obtuvo  $\mathcal{W}_1 = 0.16566$  y  $\mathcal{W}_2 = 0.83434$ , por lo que, con este método, el pronóstico ARIMA-GARCH recibe un peso mucho mayor.

Empleando estas ponderaciones, la combinación Bates-Granger sugiere que el precio del petróleo podría encontrarse en promedio alrededor de 104.27 US\$/B en el año 2011; la combinación Granger-Ramanathan sugiere en cambio que el valor promedio del WTI en el año 2011 sería 101.47 US\$/B (tabla 3). Este último resultado coincide sorprendentemente con el valor de 101.91 dólares por barril que la Agencia de Información de Energía de Estados Unidos prevé como promedio para el año 2011 en su boletín de junio de 2011. Véase [Energy Information Administration \(2011\)](#).

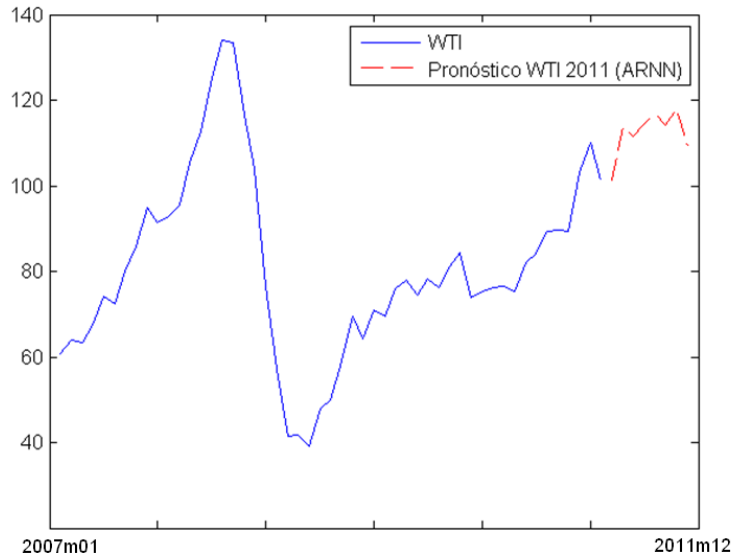


Figura 6: Pronóstico WTI - modelo ARNN

## 5. Conclusión

En esta investigación se pronosticó el precio promedio del WTI para el año 2011 con modelos ARIMA-GARCH y ARNN, además de la combinación de estos modelos. Los resultados sugieren un precio promedio del WTI en el año 2011 por encima (pero cerca) de los 100 US\$/B, un resultado coincidente con la opinión experta de la Agencia de Información de Energía de USA.

La investigación utilizó modelos univariantes y pronósticos puntuales para el WTI. Debido a la incertidumbre sobre la evolución de los precios del petróleo, los pronósticos interválicos podrían ser más adecuados. Aunque intervalos de confianza pueden calcularse fácilmente para modelos ARIMA-GARCH, modelos no lineales como los de redes neuronales artificiales pueden requerir el uso de técnicas de *bootstrap* para calcular apropiadamente los intervalos de pronóstico. Eventualmente, puede combinarse no sólo los pronósticos puntuales, sino los interválicos.

Una mayor precisión en las predicciones podrían lograrse también si en lugar de modelos univariantes se añaden variables exógenas que capturen las condiciones de oferta y demanda que afectan el precio del WTI. La percepción de los expertos sobre la tendencia de los precios del WTI puede incorporarse adicionalmente

como probabilidades a priori mediante métodos bayesianos. Futuras investigaciones pueden explorar estas posibilidades.

## Referencias

- Bates, J. M. y Granger, C. W. J.: *The combination of forecasts*. pp. 391–410. Cambridge University Press, New York, NY, USA. ISBN 0-521-77297-4, 2001.
- Chong, Yock Y. y Hendry, David F.: «Econometric Evaluation of Linear Macro-Economic Models». *The Review of Economic Studies*, 1986, **53(4)**, pp. 671–690.
- Clements, M P; Harvey, David I; Mills, Terence C y Patterson, Kerry: *Forecast Combination and Encompassing*. volumen Volume 2:, pp. 169–198. Palgrave MacMillan, 2009.
- Clements, M.P. y Hendry, D.F.: *Forecasting economic time series*. Cambridge University Press, 1998.
- Energy Information Administration: «Boletín», 2011.
- Granger, Clive W. J. y Ramanathan, Ramu: «Improved methods of combining forecasts». *Journal of Forecasting*, 1984, **3(2)**, pp. 197–204.